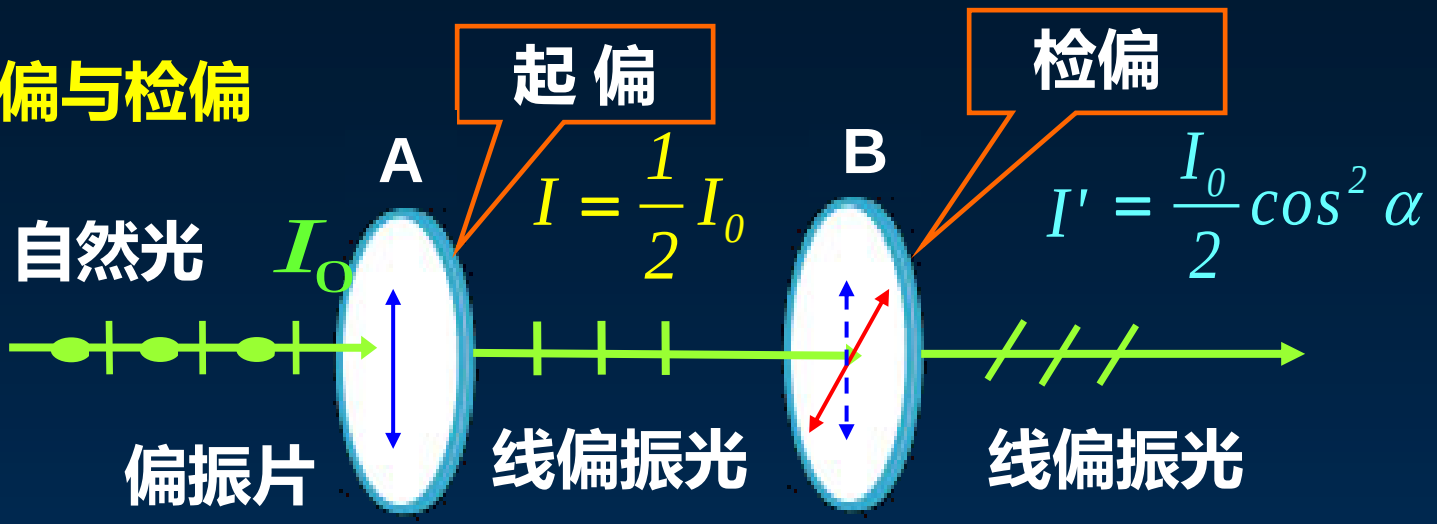
15-10 起偏与检偏 马吕斯定律

一、起偏与检偏



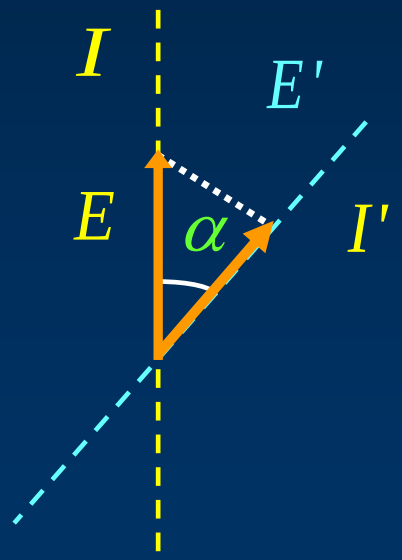
二、马吕斯(Malus)定律（1809年）

$$E' = E \cos\alpha \Rightarrow I' \propto E'^2 = E^2 \cos^2 \alpha$$

当 $\alpha = 0, \pi \Rightarrow I' = I$

当 $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \Rightarrow I' = 0$

$$I' = I \cos^2 \alpha$$

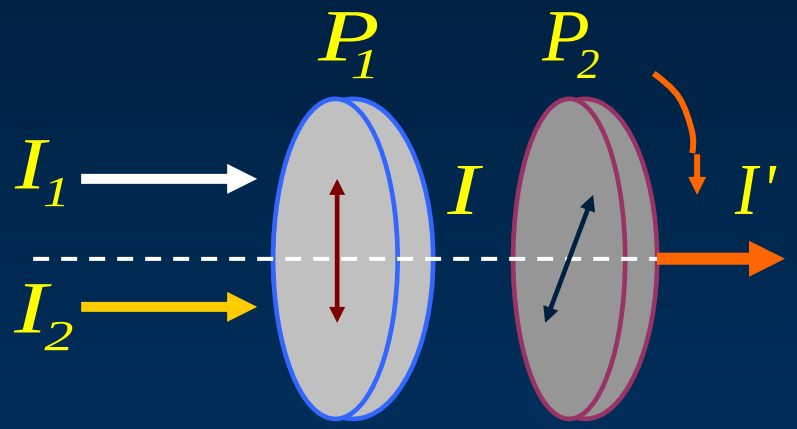


- 偏振片的应用：太阳镜，照相机的滤光镜等。

例1： 将两块理想的偏振片 P_1，P_2 共轴放置，用强度为 I_1 自然光和强度为 I_2 的平面偏振光同时垂直入射到 P_1 上，从 P_1 透射之后，又入射到 P_2 上。设平面偏振光与 P_1 成 α 角。

求： 将 P_2 以光线为轴转动一周，该系统透射光强的变化？

解： 自然光与偏振光通过第一块偏振片的光强为：



$$I = \left(\frac{I_1}{2} + I_2 \cos^2\alpha\right)$$

$$I' = I\cos^2\theta = \left(\frac{I_1}{2} + I_2\cos^2\alpha\right)\cos^2\theta$$

$$\theta = 0, 180^\circ, 360^\circ \Rightarrow I_{max} = \frac{I_1}{2} + I_2\cos^2\alpha$$

$$\theta = 90^\circ, 270^\circ \Rightarrow I_{min} = 0$$ —— 消光位置

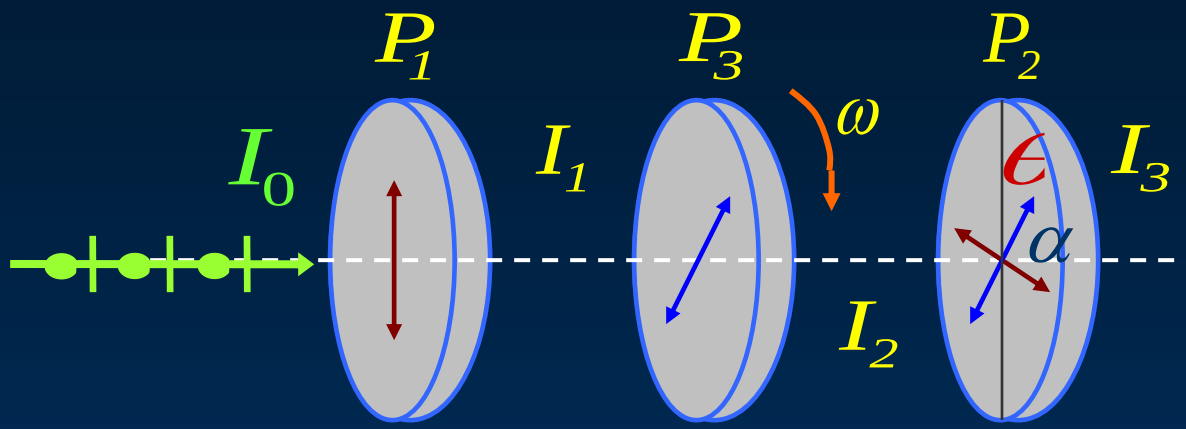
例2： 设在两互相正交的偏振片中夹有一个以 ω 旋转的偏振片。

试求： 以自然光入射时，系统透射光的强度变化规律?

解： 如果没有 P_3 则

$$I_3 = 0$$

在任意时刻 t



$$I_3 = I_2 \cos^2\alpha$$

$$= I_1 \cos^2\theta \cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}\cos^2\theta\cos^2(\frac{\pi}{2}-\theta)$$

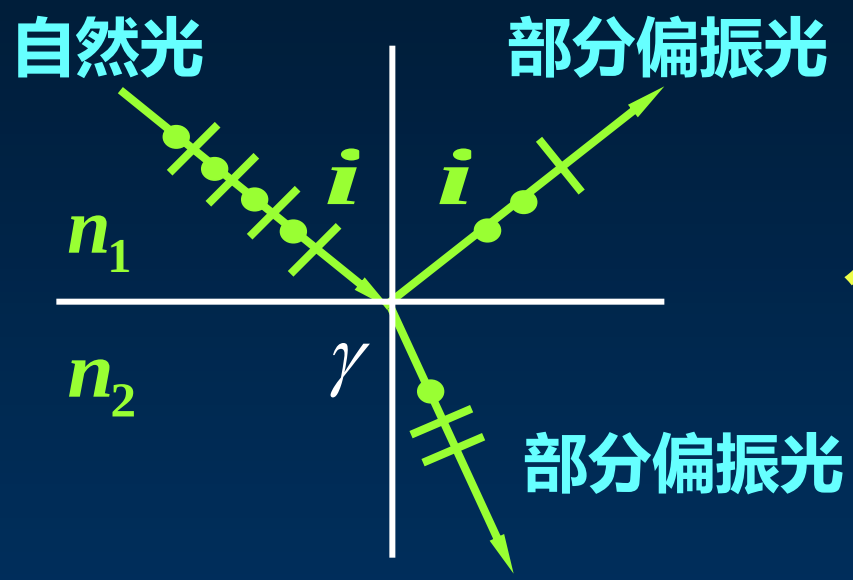
$$= \frac{I_0}{2}\cos^2\theta\sin^2\theta = \frac{I_0}{2}(\frac{1-\cos^2 2\theta}{4})$$

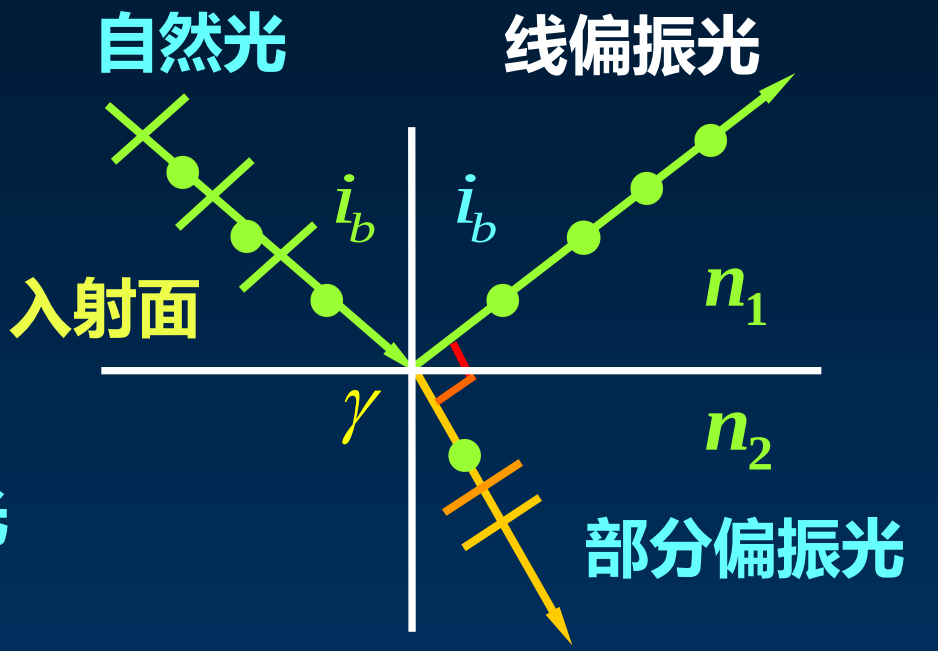
$$= \frac{I_0}{16}(1-\cos 4\omega t) = I_3(t)$$

注意: 以上讨论都假设偏振片对通过的光完全没有吸收。

15-11 反射光和折射光的偏振 布儒斯特定律

一、反射和折射时光的偏振





二、布儒斯特定律（D.Brewster Law）

当 i 变化到某一角度 i_b 时，反射光就不再是部分偏振光，而是振动面垂直于入射面的线偏振光，且反射光与折射光相互垂直。

$$i_b + \gamma = \frac{\pi}{2} \qquad n_1 \sin i_b = n_2 \sin \gamma = n_2 \cos i_b$$

$$\mathrm{tg}\,i_b = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

—— 布儒斯特定律 (1812年)

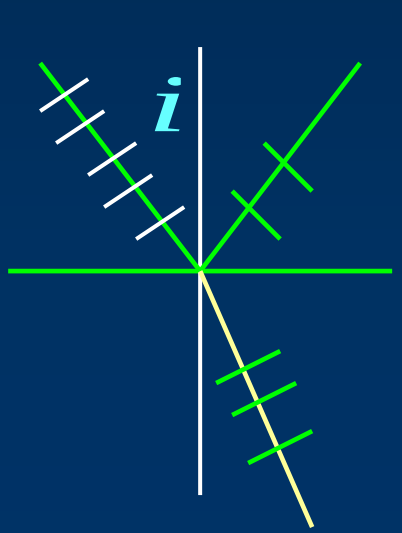
i_b ——布儒斯特角

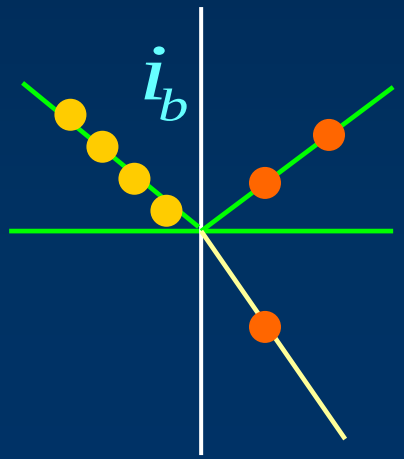
例： $n_1 = 1.00$ (空气)，$n_2 = 1.50$ (玻璃)，则：

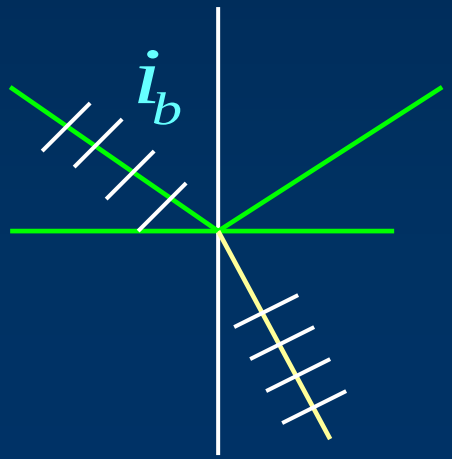
空气→玻璃 $i_b = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{1.50}{1.00} = 56°18$

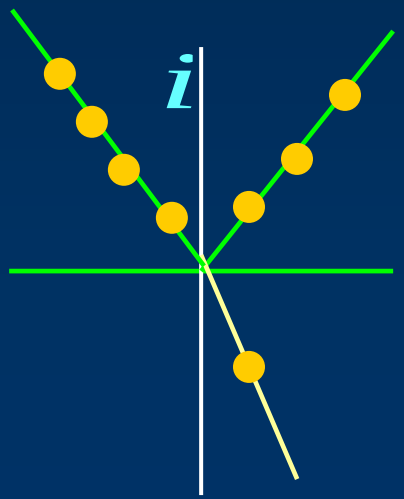
玻璃→空气 $i_b = \mathrm{tg}^{-1}\dfrac{1.00}{1.50} = 33°42$

讨论： 1. 分析下列图形中的偏振情况



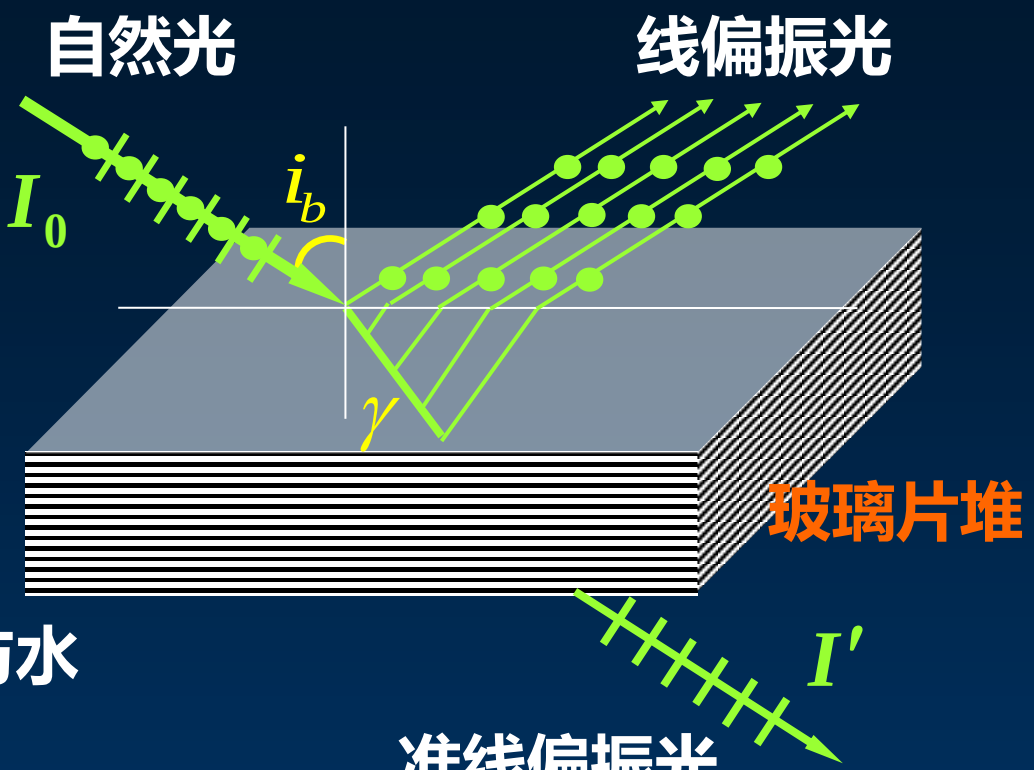






2. 玻璃片堆折射起偏

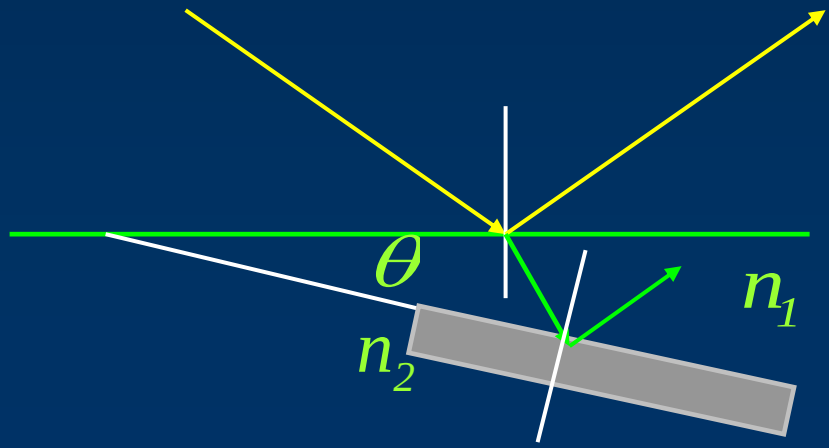
当 $i = i_b$ 时，在玻璃片堆上多次反射去除垂直振动成分，使透射光几乎全为振动面平行于入射面的光。



例： 将介质板放在水中，板与水面的夹角为 θ，已知

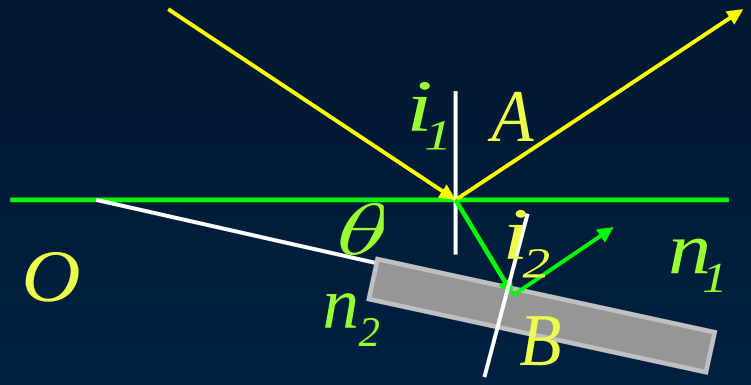
$n_1 = 1.333$　　$n_2 = 1.681$

现欲使水面和介质反射光均为线偏振光，试求 $\theta = ?$



解： 布儒斯特定律的应用

$$\begin{cases} tgi_1 = \dfrac{n_1}{n_0} = n_1 \qquad \gamma = \dfrac{\pi}{2} - i_1 \\ tgi_2 = \dfrac{n_2}{n_1} = n_{21} \end{cases}$$



在 ΔOAB 中：$\theta + (\dfrac{\pi}{2} + \gamma) + (\dfrac{\pi}{2} - i_2) = \pi$

$$\Rightarrow \theta = i_2 - (\frac{\pi}{2} - i_1)$$

$$= tg^{-1}\frac{n_2}{n_1} + tg^{-1}n_1 - \frac{\pi}{2} = 14.71^o$$

注意：熟悉偏振光的图示方法，熟悉布儒斯特定律的应用

15-12 晶体双折射

一、圆偏振光 椭圆偏振光

两相互垂直、同频、相差恒定的线偏振光：

$$x = A_1 \cos \omega t$$

$$y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi)$$

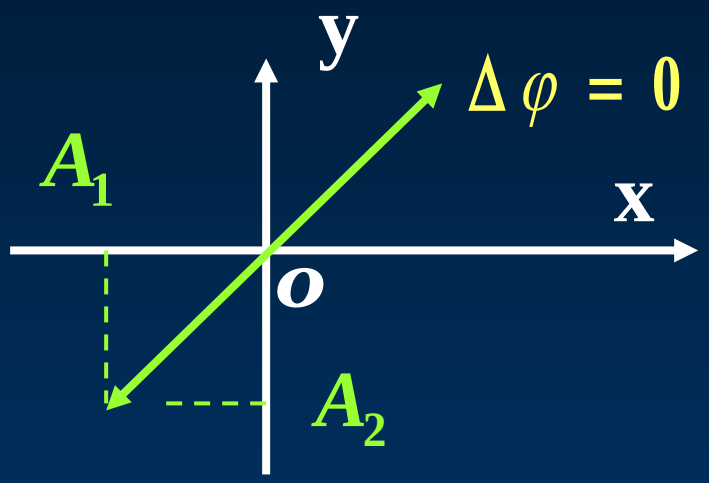
$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi$$

轨迹为一椭圆

1. 当 $\Delta\varphi = 0$ 时

$$\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2} = 0$$

x y **振动同相位**

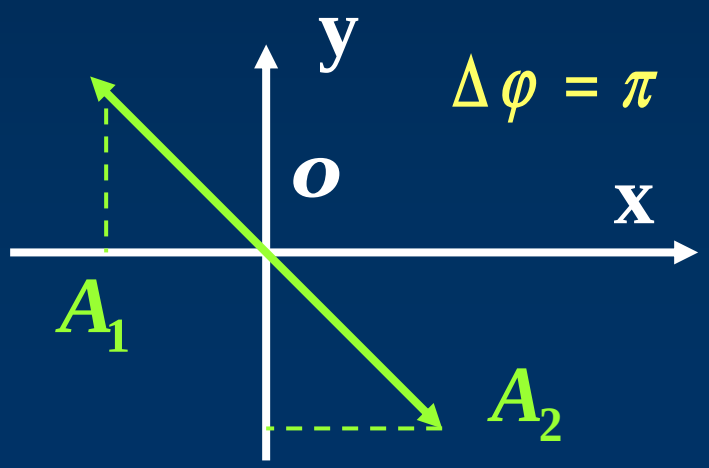


为一，三象限的线偏振光。

2. 当 $\Delta\varphi = \pi$ 时

$$\frac{x}{A_1} + \frac{y}{A_2} = 0$$

x y **振动反相位**



为二，四象限的线偏振光。

3. 当 $\Delta\varphi = \pi/2$ 时

x 滞后 y $\pi/2$

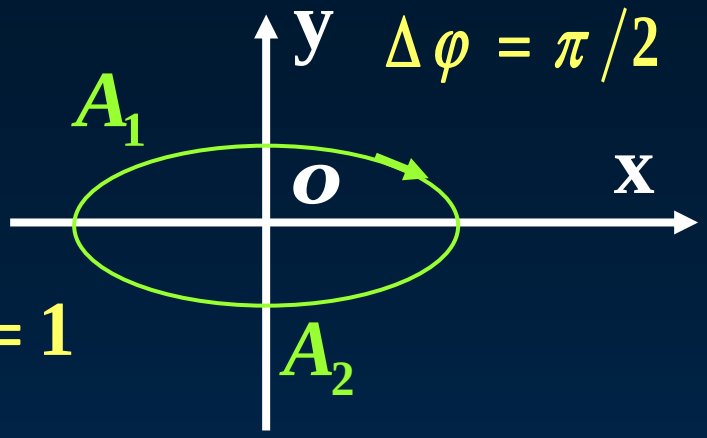
右旋正椭圆偏振光

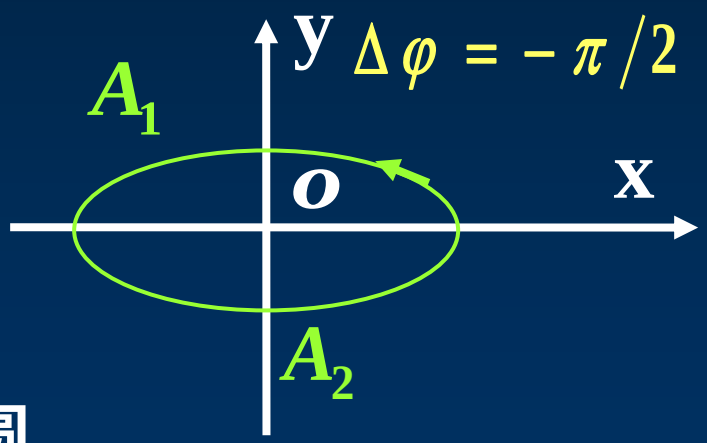
4. 当 $\Delta\varphi = -\pi/2$ 时

y 滞后 x $\pi/2$

左旋正椭圆偏振光

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$$





5. 当 $\Delta\varphi$ 为其它值时

为斜椭圆偏振光

当 $0 < \Delta\varphi < \pi$ 时, 为顺时针方向椭圆

当 $-\pi < \Delta\varphi < 0$ 时, 为逆时针方向椭圆

- 垂直方向同频线偏振光的合成，依赖于相位差的取值。

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos\Delta\varphi = \sin^2\Delta\varphi$$

$\Delta\varphi = 0$ $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}$ $\Delta\varphi = \frac{5\pi}{6}$ $\Delta\varphi = \pi$

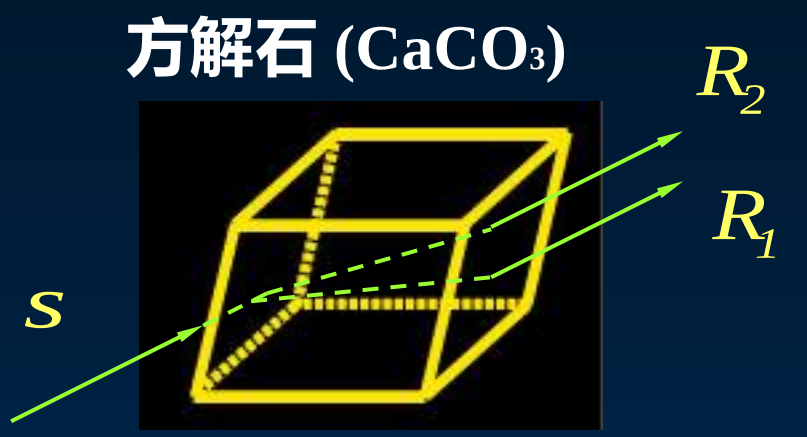


$\Delta\varphi = -\frac{5\pi}{6}$ $\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{3}$ $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{2}$ $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{3}$ $\Delta\varphi = -\frac{\pi}{6}$



二、晶体双折射现象及概念

方解石 ($CaCO_3$)



- 双折射(birefringence)

一束光入射到各向异性介质后出现两束折射光线 ---- 双折射现象

- 寻常光和非常光

满足折射定律

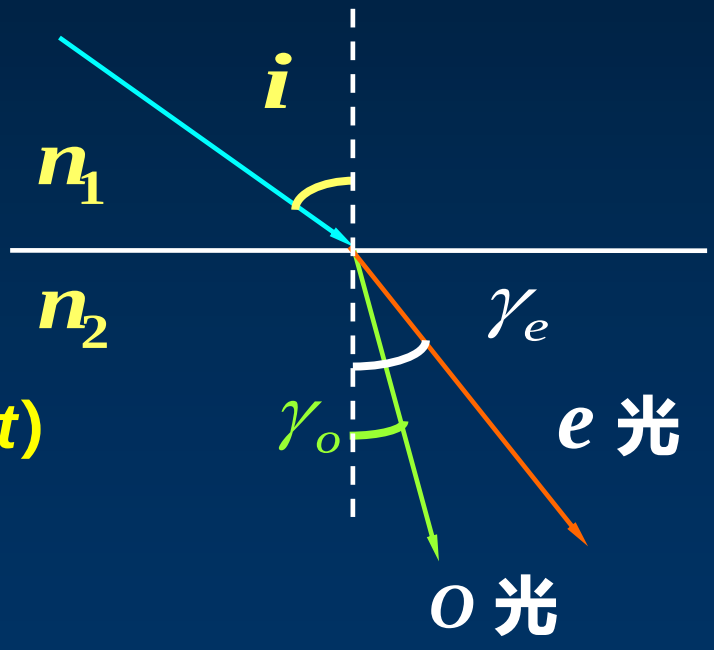
$$n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma_o$$

—— 寻常光（*Ordinary light*）

不满足折射定律

$$\frac{\sin i}{\sin \gamma_e} \neq \text{const}$$

—— 非常光（*Extraordinary light*）



e 光折射线不一定在入射面内

♣ 双折射光的三个特点：

(1) 均为线偏振光，偏振态相互垂直。

(2) 当垂直入射时，一般

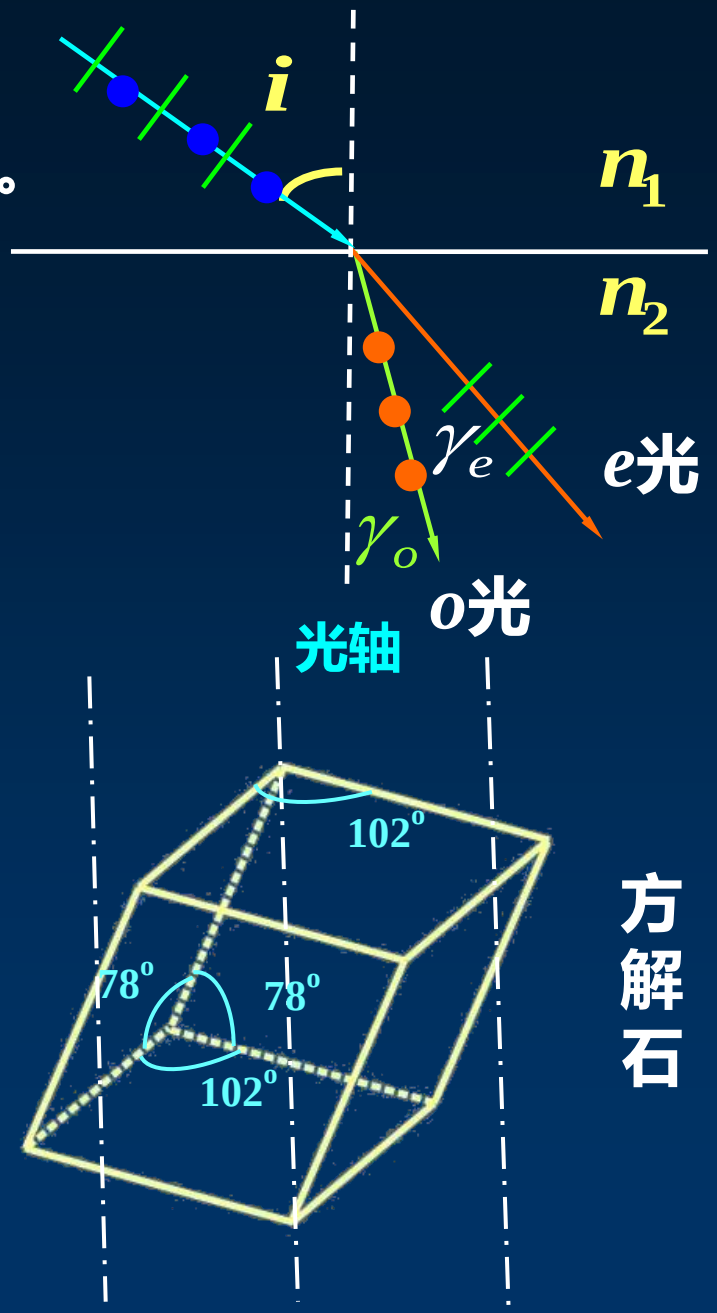
$$\gamma_0 = 0, \gamma_e \neq 0$$

(3) 对寻常光来说，

$$n_0 = c / v = const$$

对非寻常光来说，一般

$$n_e = n_e(i) \Rightarrow n_e(i) = c / v(i)$$



• 晶体的光轴（Optical axis）

实验发现，晶体存在一个特殊方向，当光沿该方向传播时，无双折射，该方向称为晶体的光轴。

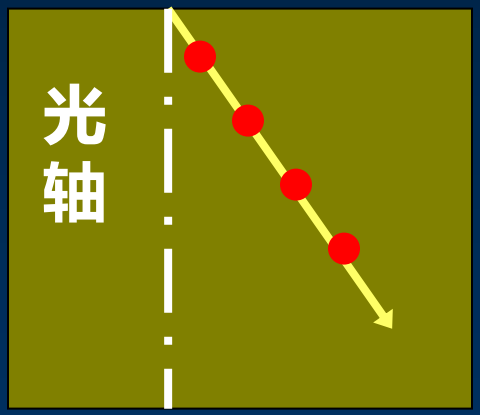
注意：光轴是一特殊方向，凡平行于该方向的直线均为光轴。

☆ 单轴晶体(uniaxial crystal)：　方解石，石英，红宝石等

双轴晶体(biaxial crystal)：　蓝宝石，云母，硫磺等

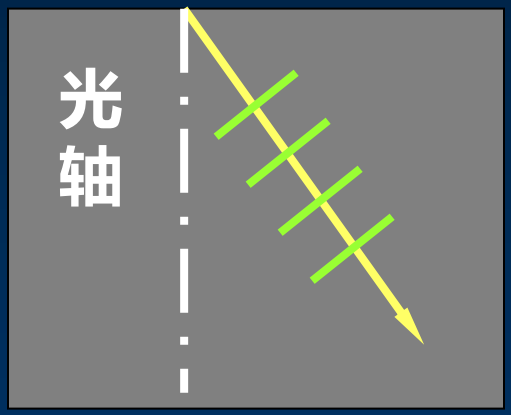
- **晶体主平面 (principal plane of crystal)**

—— 晶体中某光线与晶体光轴构成的平面



O 光的主平面

*o*光



*e*光的主平面

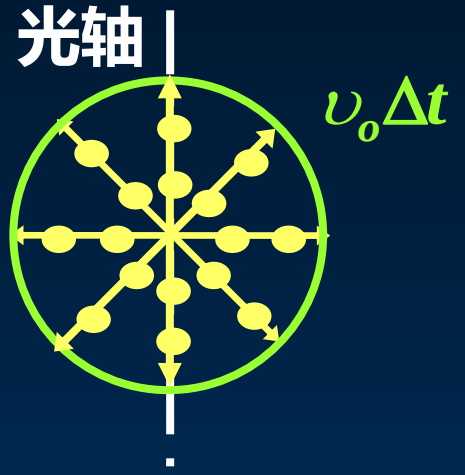
e 光

o 光振动垂直 ***o***光主平面，　　***e***光振动在 ***e***光主平面内

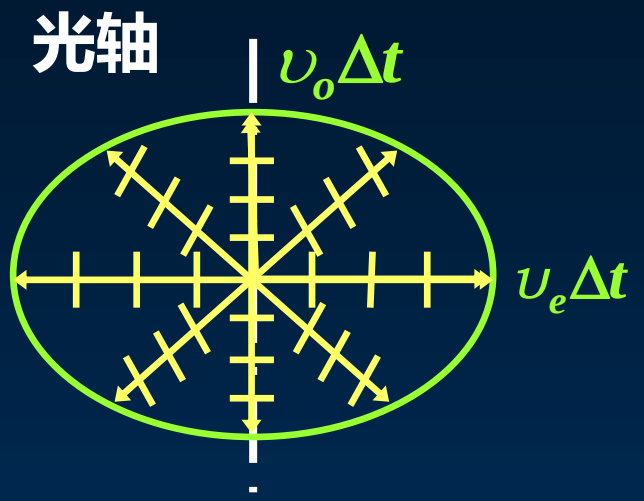
光轴在入射面时，***o***光主平面和 ***e***光主平面重合，此时 ***o*** 光振动 和 ***e***光振动相互垂直.

• **正晶体(positive crystal)、负晶体(negative crystal)**

向各个方向传播速率相同



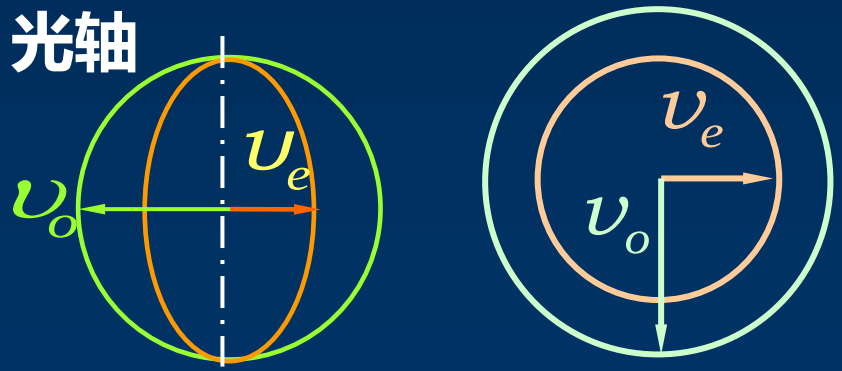
向各个方向传播速率不同



o光的波阵面为球面

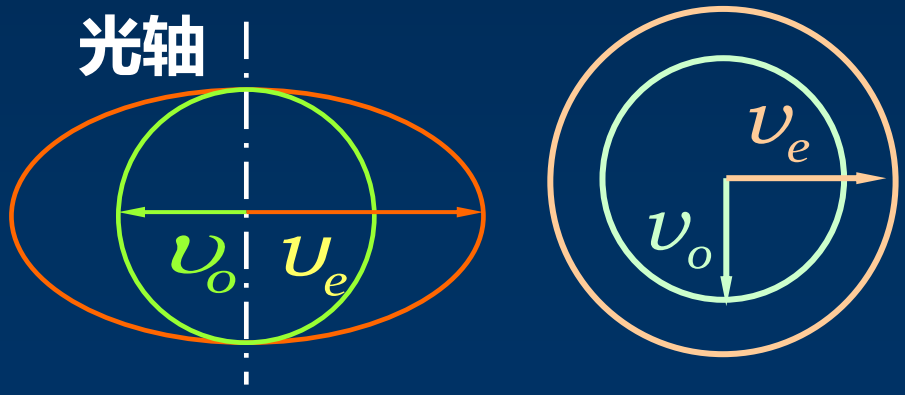
e光的波阵面为椭球面

正晶体 $v_0 > v_e$ $n_0 < n_e$



(平行光轴截面) **(垂直光轴截面)**

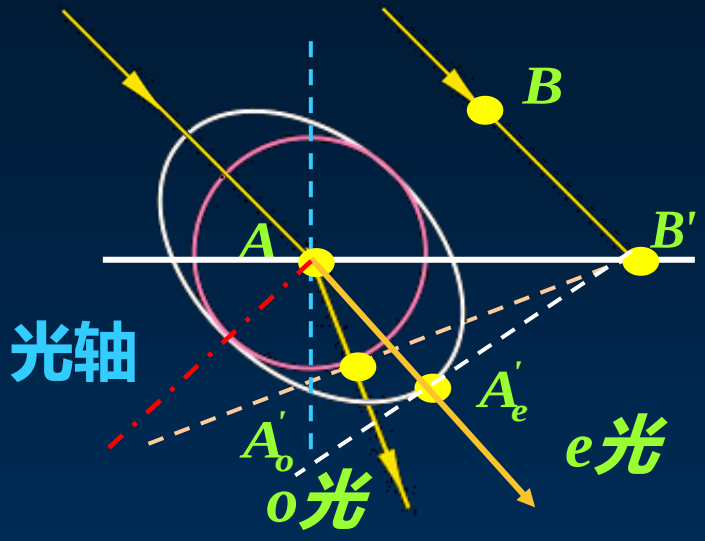
负晶体 $v_0 < v_e$ $n_0 > n_e$

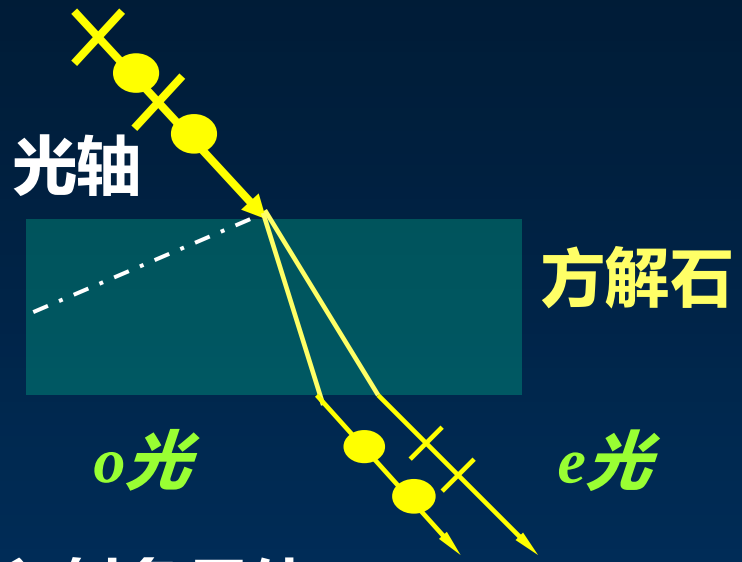


(平行光轴截面) **(垂直光轴截面)**

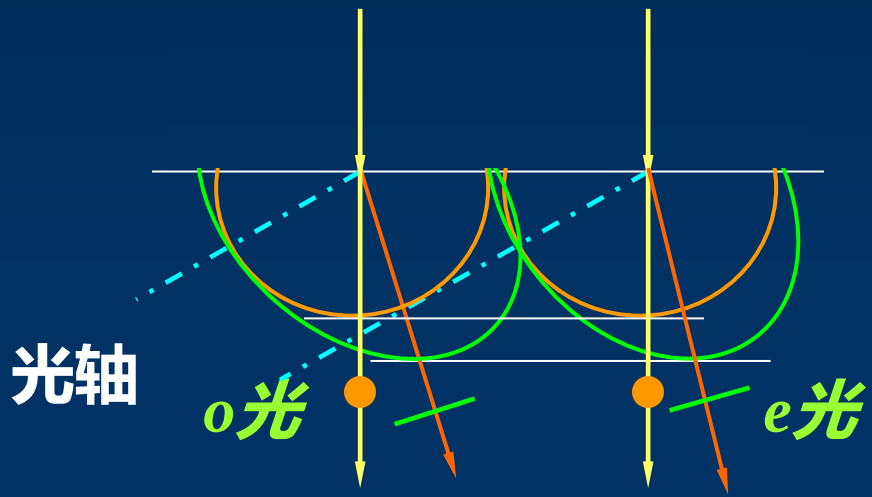
三、单轴晶体中波阵面　惠更斯作图法

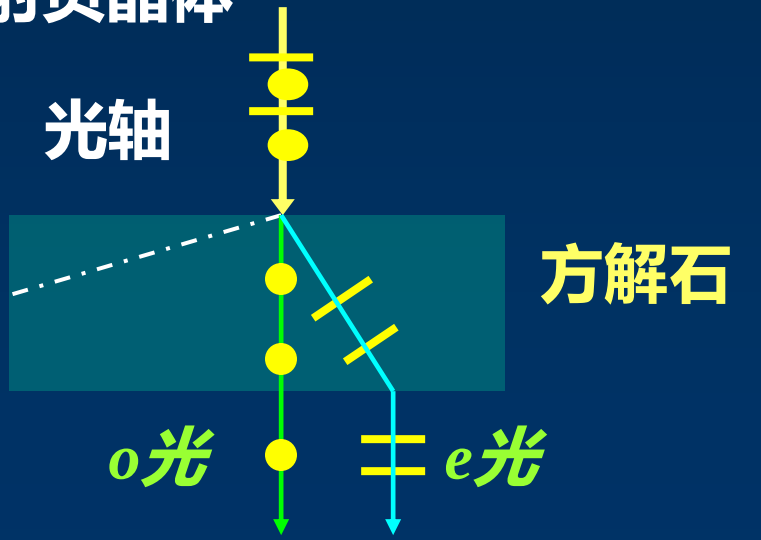
- 光轴平行入射面，自然光斜入射负晶体



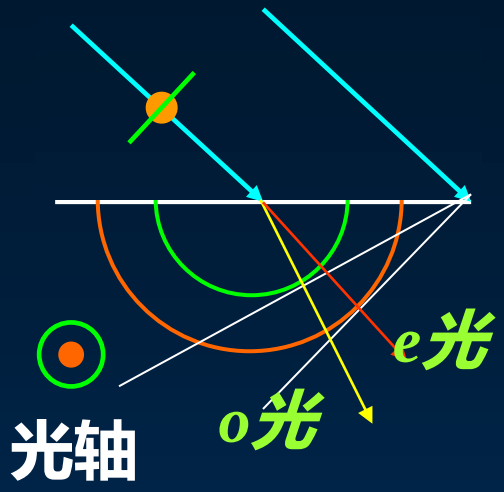


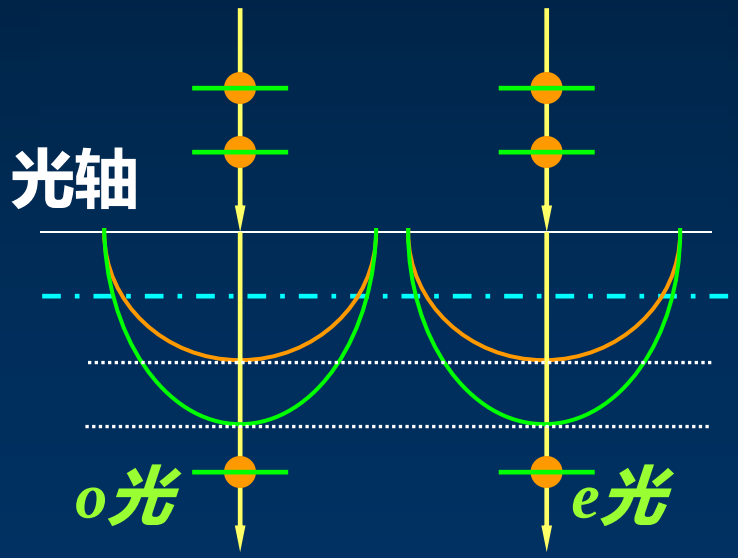
- 光轴平行入射面，　自然光垂直入射负晶体

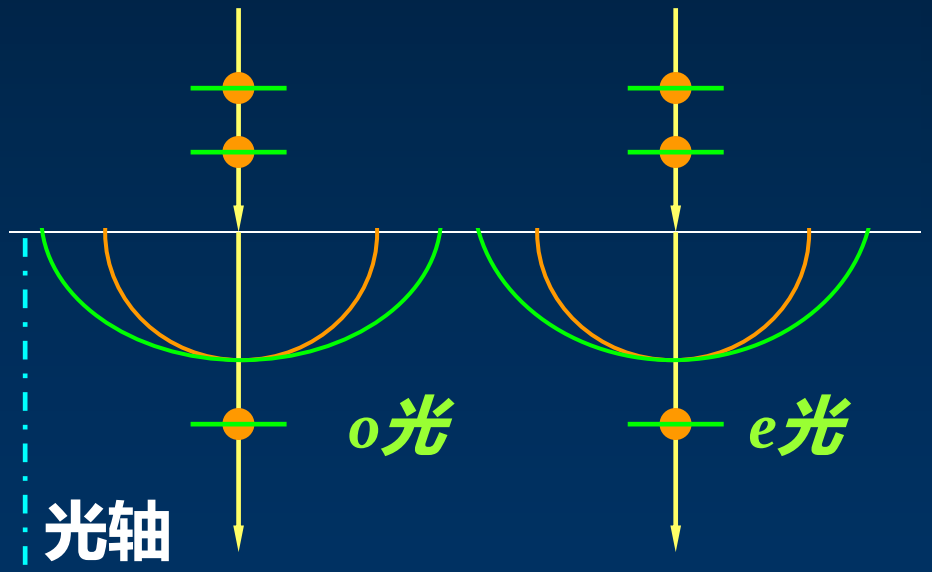




- 光轴垂直入射面，　自然光斜入射负晶体
- 光轴平行入射表面，自然光垂直入射负晶体
- 光轴垂直入射表面，自然光垂直入射负晶体







注意：只有在晶体内光线才分为 O 光和 e 光。

四、晶体光学器件　波晶片（wave plate）

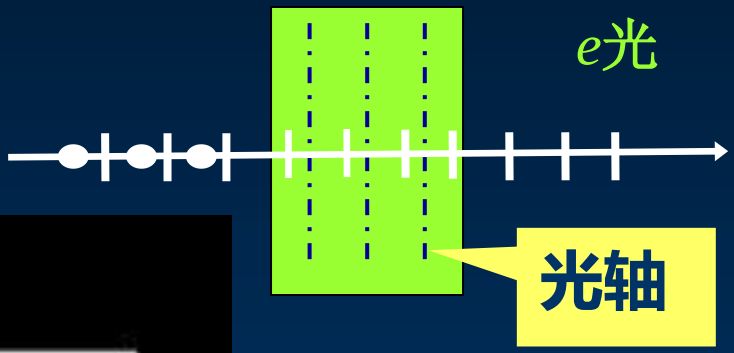
- **晶体偏振片**

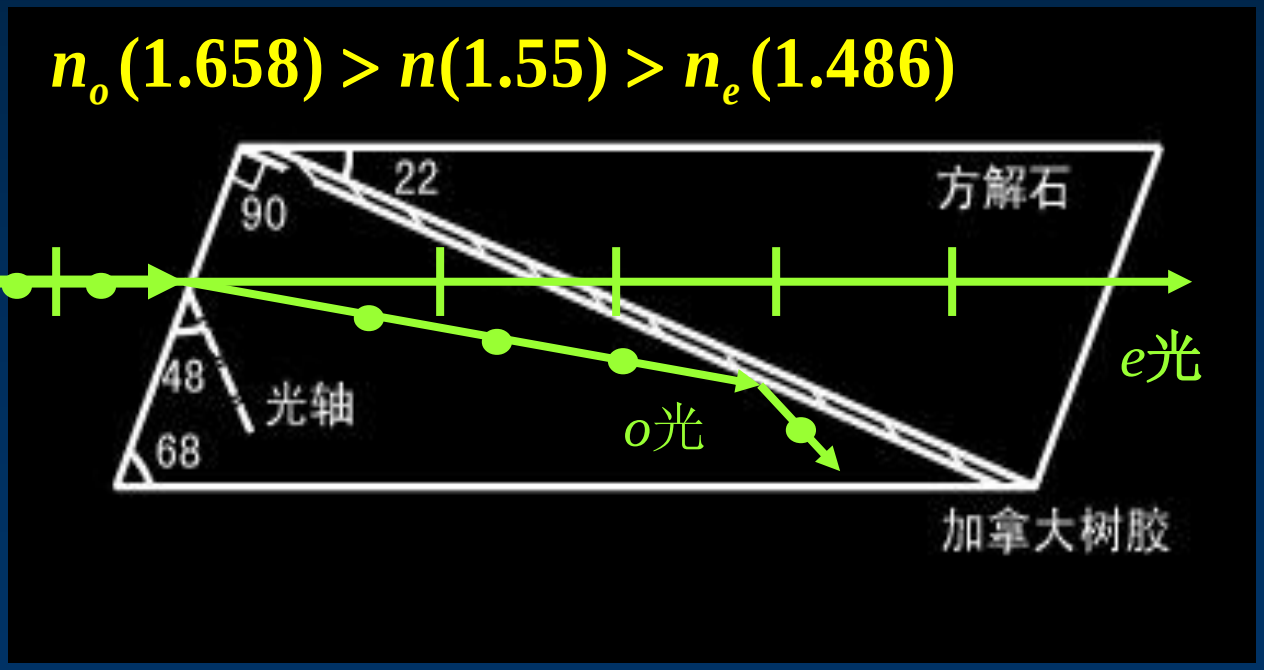
某些晶体对*o*光和*e*光的吸收有很大差异，**称晶体的二向色性**

利用晶体的二向色性(dichroism)可产生线偏振光

- **晶体偏振器**

1 尼科耳棱镜(Nicol prism)

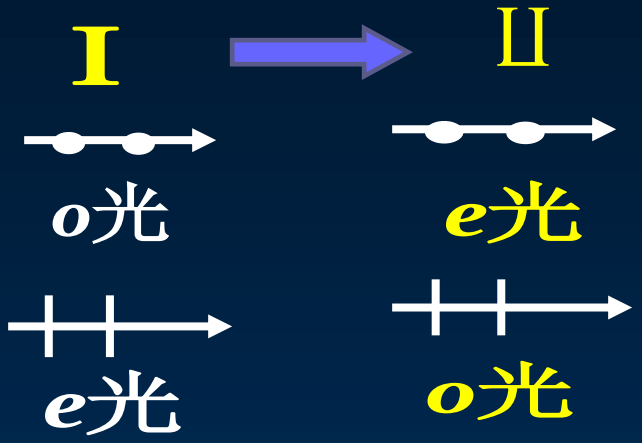


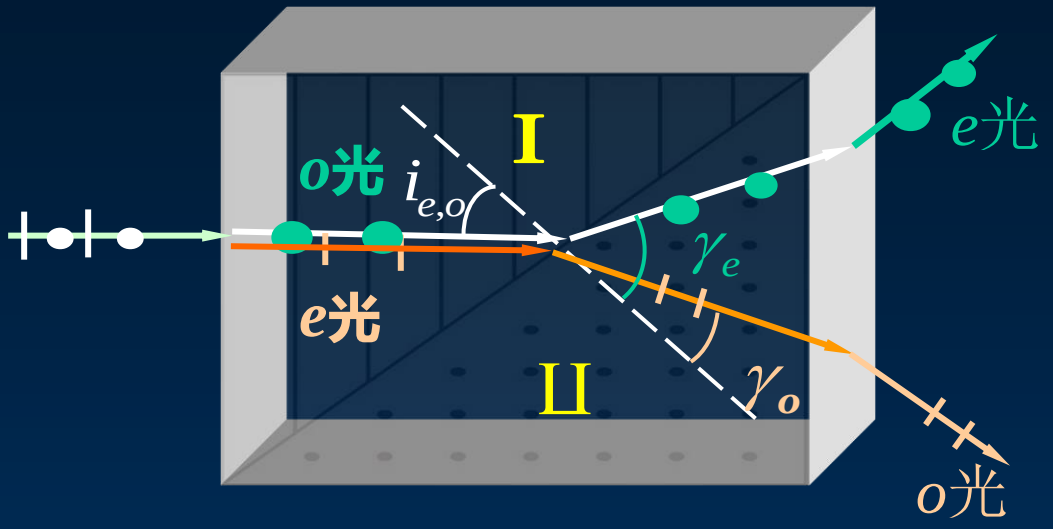


尼科耳棱镜可将两偏振光分开，质量好，但价格贵。

尼科耳棱镜可以用作起偏器或检偏器

2 渥拉斯顿棱镜　　由光轴相互垂直的方解石棱镜构成

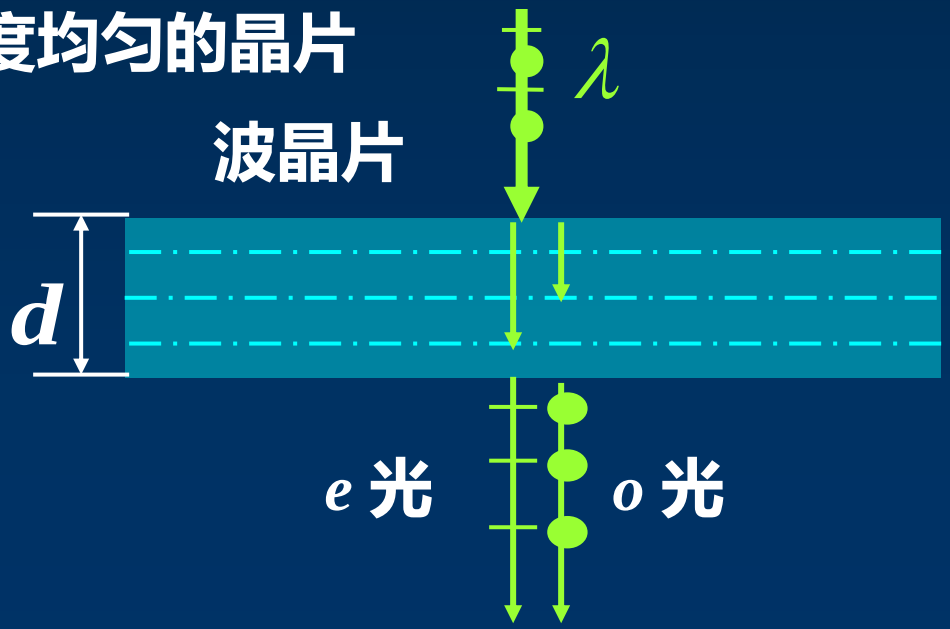




- **波晶片（晶体移相器）**

—— 光轴平行表面、厚度均匀的晶片

光束入射波晶片，分为 o 光和 e 光，传播方向相同，速度不同，出射光为两束有相位差，振动方向相互垂直的偏振光。



通过波晶片前、后

o光经过光程为 $n_o d$ 相位改变为

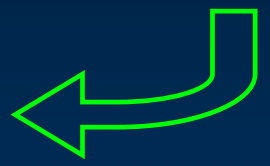
$$\Delta\varphi_o = -(n_o d/\lambda)2\pi$$

e光经过光程为 $n_e d$ 相位改变为

$$\Delta\varphi_e = -(n_e d/\lambda)2\pi$$

出射 **o**光和 **e** 光的相位差为

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_e - \Delta\varphi_o = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$$



波晶片分类：

$(n_o - n_e)d = (k + \frac{1}{4})\lambda$ $k = 0,1,2,3\cdots$ $\Delta\varphi = \pi/2$ 1/4**波片**

$(n_o - n_e)d = (k + \frac{1}{2})\lambda$ $k = 0,1,2,3\cdots$ $\Delta\varphi = \pi$ **半波片**

$(n_o - n_e)d = k\lambda$ $k = 1,2,3\cdots$ $\Delta\varphi = 2\pi$ **全波片**